

Movimiento de un cohete.

1 - Fuerza dada por el escape de los gases.



$u$  = Velocidad de los gases respecto al cohete.

Factores de cambio: i) Velocidad de los gases (visto desde Tierra):

-u-v

ii) decrecimiento de la masa del cohete:

$$-\frac{dm}{dt}$$

$$\therefore F = (u+v) \frac{dm}{dt} \quad (\text{cambio en el impulso del cohete})$$

$$= \frac{d}{dt}(mv)$$

$$\therefore m \frac{dv}{dt} = u \frac{dm}{dt}$$

2- Conservación del impulso de una caja desde la que se disparan <sup>diversos</sup> cañones a velocidad  $u$ . (resp. a la caja).

Supongamos que se dispone una cada segundo

Antes del 1er s: reposo

Después del  $1^{\text{er}}$  s:  $0 = -mu + (M - mu)v_1 \quad \therefore (M - mu)v_1 = mu$

Después del 2º S:  $(M - \mu) V_1 = \mu (V_1 - u) + (M - 2\mu) V_2$

$$\therefore (M - 2\mu)(V_2 - V_1) = \mu u$$

Después del 3<sup>er</sup> s:  $(M-2\mu)v_2 = \mu(v_2-u) + (M-3\mu)v_3$

$$\therefore (M - 3m)(V_3 - V_2) = \mu u$$

Masa del cohete despues de  $t$  segs:  $M - t\mu = m$

masa perdida cada segundo  $\mu = \Delta m$

Cambio de impulso cada segundo:  $v(t) - v(t-1) = \Delta v$

∴ Conservación del impulso: (?)

$$m \Delta v = u \Delta m$$

$$\therefore m \frac{dv}{dt} = u \frac{dm}{dt}$$

3- Consideremos el cohete entre  $t$  y  $t+\Delta t$

De la conservación del impulso:

$$\begin{aligned} mV &= (m-\Delta m)(V+\Delta V) + \Delta m(V-u) \\ &= mV + m\Delta V - V\Delta m + V\Delta m - u\Delta m \\ \therefore m\Delta V &= u\Delta m \quad \therefore m \frac{dV}{dt} = u \frac{dm}{dt} \end{aligned}$$

IL

- Physics. For students of science and engineering  
Part 1. Resnick-Halliday / Wiley
- Introduction to Mechanics, Matter and Waves  
Ingard-Krauss / Addison-Wesley
- The Project Physics Course  
Rutherford-Holton-Watson / Holt-Rinehart & Watson
- Mechanics. Berkeley Physics Course Vol 1.  
Kittel-Knight & Ruderman / Mc Graw Hill
- The Feynman Lectures on Physics.  
Feynman-Leighton & Sands / Addison-Wesley
- Ensayos sobre mecánica clásica  
Oyarzabal / UNAM

#### TEMARIO

- La descripción del movimiento (cinemática)
- Las causas del movimiento (dinámica)
- El impulso y la energía  $\rightarrow$  { Trabajo y energía
- El movimiento rotacional { El impulso lineal y su conservación
- La mecánica celeste.
- Oscilaciones y ondas
- El movimiento de un fluido



### Cap III

- 1- Haga un breve resumen de lo que es el Sistema Internacional de unidades.
- 2- Una partícula se mueve de manera que cada segundo avanza la mitad de la distancia que la separa a un punto fijo O. ¿Cuándo llegará la partícula al punto O? ¿Cuál es el límite de su velocidad media? Haga gráficos que muestren el comportamiento de la posición y la distancia de la partícula cuando transcurre el tiempo.
- 3- En el momento en que se prende la luz verde un automóvil avanza con una aceleración constante de  $2 \text{ m/s}^2$ . Al mismo tiempo un camión, que viene con una velocidad constante de  $40 \text{ km/h}$  alcanza y pasa al automóvil. ¿A qué distancia alcanzará el auto al camión? ¿Qué velocidad llevará el auto en ese momento?
- 4- Una partícula se mueve en el eje X de acuerdo con la ecuación  $x = at^2 - bt^3$ , donde X está en m y t en s. ¿Cuáles son las dimensiones de a y de b? Suponga que sus valores son 3 y 1 respectivamente. ¿Qué distancia recorre la partícula en 4 s? ¿Cuál es la velocidad de la partícula en ese momento? ¿Cuál es su aceleración?
- 5- El maquinista de un tren de pasajeros que viaja con velocidad  $v_1$  descubre que adelante va un tren de carga a una distancia d, sobre los mismos rieles.

El maquinista frena entoces su tren con una aceleración constante a. Si el tren de carga se mueve con una velocidad constante  $v_2$  (menor que  $v_1$ ), muestre que si  $d < \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$  no chocarán los trenes.

- 6- Una manera de estimar el frenamiento de un coche es medir la distancia que recorre desde que se aplican los frenos hasta que para. Suponiendo que este movimiento es uniformemente acelerado, calcule la aceleración del frenamiento si el coche viaja a  $60 \text{ km/h}$  y se para en  $5 \text{ m}$ . Expresar su resultado en unidades de g.
- 7- Un paracaidista cae  $50 \text{ m}$  antes de abrir su paracaídas. Suponiendo que desde ese momento cae con movimiento uniformemente acelerado y que el paracaidista lo frena a  $2 \text{ m/s}^2$  y llega al suelo con una velocidad de  $3 \text{ m/s}$ , ¿cuánto tiempo estuvo el paracaidista en el aire? y ¿desde qué altura inició su descenso?



#### Cap IV

- 1- De un argumento para justificar que el tiro parabólico es un movimiento en un plano.
- 2- Una bola que se mueve a  $1.5 \text{ m/s}$  llega a una escalera y cae en la dirección de ella. Si los escalones tienen  $22 \text{ cm}$  de largo y  $20 \text{ cm}$  de alto, en qué escalón caerá la bola?
- 3- Considere un proyectil disparado con una velocidad inicial  $v_0$  y a un ángulo de elevación  $\theta$ . Muestre que el alcance del proyectil es  $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$  y que su altura es  $h = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$ . Muestre también que el ángulo de máximo alcance es  $45^\circ$ .
- 4- Si la aceleración de la gravedad cambia un poco (llamemos  $\Delta g$  a este cambio) el alcance del proyectil del problema anterior cambiará en una distancia adicional  $\Delta R = -\frac{R}{g} \Delta g$ . Si un atleta salta  $0.1 \text{ m}$  en un lugar en el que  $g = 9.813 \text{ m/s}^2$ , ¿cuánto esperaría saltar en un lugar en el que  $g = 9.798 \text{ m/s}^2$ ?
- 5- Un satélite artificial gira en una órbita circular a  $745 \text{ km}$  de altura. Si el período del satélite es de  $90 \text{ min}$ , encuentre el valor de  $g$  en la órbita del satélite.
- 6- La Tierra se mueve alrededor del Sol en una órbita prácticamente circular, a una velocidad de  $30 \text{ km/s}$ . ¿Cuál es la aceleración de la Tierra hacia el Sol?
- 7- ¿Cuál sería el factor de aumento de la velocidad de rotación de la Tierra que haría que la aceleración

centrípeta de un cuerpo en reposo en un lugar del ecuador fuera  $g$ ?

- B- Un avión debe volar hacia el este de A a B y regresar a un punto de partida. La velocidad del avión en el aire es  $w$  y la velocidad del aire respecto a la Tierra es  $u$ . La distancia entre A y B es  $l$  y las velocidades  $w$  y  $u$  son de magnitud constante. Si la velocidad del aire es hacia el este, muestre que el tiempo del viaje completo es  $t = \frac{2l}{w} \frac{1}{1 - u^2/w^2}$ . Calcule el tiempo en el caso en el que la velocidad del aire es hacia el norte.



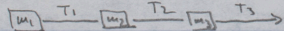
Cap. IV y V

1- Un mono está colgado de una cuerda que pasa por una polea y en el otro extremo hay un espejo en el que el mono se puede mirar y cuyo peso es igual al del mono. Si el peso de la cuerda y la fricción en la polea son despreciables, ¿puede el mono ver su imagen del espejo si:

- separa hacia arriba
- se desliza hacia abajo
- nada de cuerda?

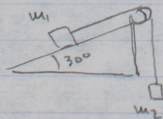
2- Una partícula de masa  $m$  está sujeta a los fuerzas que actúan perpendicularmente. Si  $m = 5 \text{ kg}$  y las magnitudes de las fuerzas son 3 y 4  $\text{N}$ , encuentre la aceleración del cuerpo.

3- Tres bloques están amarrados como lo muestra la figura



Si se les jala en una misma dirección sobre un piso sin fricción con una fuerza  $T_3 = 60 \text{ N}$  y las masas son  $m_1 = 10 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 20 \text{ kg}$  y  $m_3 = 30 \text{ kg}$ , encuentre las tensiones  $T_1$  y  $T_2$ .

4- Un bloque de masa  $m_1 = 10 \text{ kg}$  está en un plano inclinado en el que no hay fricción sujeto a un cuerpo de masa  $m_2 = 8 \text{ kg}$  como lo muestra la figura. ¿Cuál es la aceleración en cada cuerpo? ¿Cuál es la tensión en la cuerda?



5- Si se dispone de una cuerda que aguante masas hasta de  $90 \text{ kg}$ , ¿se podría usar para bajar un objeto cuya masa es de  $100 \text{ kg}$ ?

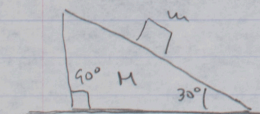
sin fricción y

6- Un cuerpo se desliza en un plano inclinado de un ángulo  $\theta$  que reposa en el piso de un elevador. Encuentre la aceleración del cuerpo respecto al plano inclinado en los siguientes casos:

- El elevador desciende con velocidad constante  $v$ .
- El elevador asciende con velocidad constante  $v$ .
- El elevador desciende con aceleración creciente  $a$ .
- El elevador desciende con aceleración decreciente  $a$ .
- El cable del elevador se rompe.

7- Se cuelga un cuerpo del techo de un carro de ferrocarril para usarlo como un acelerómetro. Encuentre la fórmula que da la aceleración  $a$  del ferrocarril en función del ángulo  $\theta$  que el cuerpo forma con la vertical. Grafique  $\theta$  contra  $a$ . Calcule  $a$  cuando  $\theta = 20^\circ$  y  $\theta$  cuando  $a = 1.5 \text{ m/s}^2$ .

8- Un bloque triangular como el de la figura tiene masa  $M$  y sostiene a un cuerpo de masa  $m$ . Si el



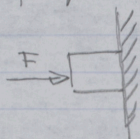
bloque está sobre un piso sin fricción, ¿cuál será la aceleración  $a$  de  $M$ , respecto al piso, que mantendrá  $m$  en reposo sobre

el bloque? ¿Qué fuerza  $F$  debe aplicarse al sistema para lograr el movimiento anterior? Suponga que no hay fricción y desprecie el movimiento.



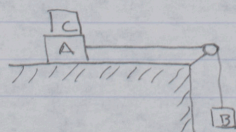
9- Una plataforma de ferrocarril está cargada con cajas que tienen un coeficiente de fricción estática igual a 0.25 en relación al piso. Si el tren se mueve a  $60 \text{ km/h}$ , ¿cuál será la distancia menor en la que el tren puede parar sin que se deslicen las cajas?

10- Una fuerza horizontal  $F = 10 \text{ N}$  empuja contra la pared a un bloque que pesa  $5 \text{ kg}$  como lo muestra la figura:



El coeficiente de fricción estática entre la pared y el bloque es 0.6 y el de fricción cinética 0.4. Suponga que inicialmente el bloque está en reposo. ¿Se moverá el bloque? ¿Cuál es la fuerza que el bloque ejerce contra la pared?

11- Un cuerpo A cuya masa es de  $10 \text{ kg}$  se une a un cuerpo B de  $5 \text{ kg}$  a través de una polea como lo muestra la figura.



Encuentre el peso mínimo que debe tener un cuerpo C para que, colocado sobre A, impida que éste se deslice cuando el coeficiente de fricción estática entre A y el piso es 0.2. Si el cuerpo C se quita, ¿cuál es la aceleración de A suponiendo que el coeficiente de fricción no cambia?

12- Un bloque se desliza sobre un plano inclinado con velocidad constante. En un momento dado se le empuja hacia arriba con una velocidad inicial  $v_0$ . ¿Cuál es la distancia que recorrerá antes de que el cuerpo? ¿Volverá a deslizarse hacia abajo?

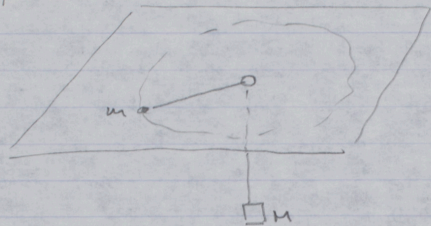
13- Un cuerpo de masa  $m$  se mueve con una velocidad  $v$  y se le hace girar en un círculo vertical de radio  $R$ . Encuentre la velocidad mínima que haga que el cuerpo mantenga su longitud en el punto más alto.

14- Suponga que el kilogramo patrón pesa exactamente  $9.8 \text{ N}$  al nivel del mar y en un punto del ecuador terrestre si la Tierra no rotara. Tome ahora en consideración el hecho de que la Tierra rota, por lo que el Kg patrón se moverá en un círculo de  $6,400 \text{ km}$  a razón de una vuelta por día. Determine la fuerza centrípeta necesaria para mantener el Kg patrón en esa órbita. Determine el peso de este objeto.

15- Un tramo circular de una carretera está diseñado para transitar a  $75 \text{ km/h}$ . Si el radio de este tramo es de  $180 \text{ m}$ , ¿cuál será el ángulo del peralte de ese tramo? Si no hubiera tal peralte, ¿cuál sería el coeficiente de fricción mínimo entre los llantas y el piso que impediría que los autos se deslicaran?



- 16- Una masa  $m$  gira sobre una mesa sin fricción gracias a que está atada a otro  $M$  que cuelga a través de un agujero, como lo muestra la figura.



Encuentra las condiciones que garanticen que  $m$  gira mientras  $M$  permanece en reposo.

### Cap. VIII

- 1- Un bloque de masa igual a  $50\text{ Kg}$  se desliza en un plano inclinado de  $7\text{ m}$  de largo y una altura de  $1\text{ m}$ . Un hombre detiene el bloque de manera que éste se deslice con velocidad constante. El coeficiente de fricción del bloque y el plano inclinado es  $0.1$ .  
¿Cuál es la fuerza ejercida por el hombre? ¿Cuál es el trabajo que el hombre realiza sobre el bloque? ¿Cuál es el trabajo realizado por la gravedad? ¿Cuál es el trabajo que el plano inclinado realiza en el bloque? ¿Cuál es el trabajo de la fuerza resultante? y ¿Cuál es el cambio en la energía cinética del bloque?
- 2- Una masa de  $200\text{ Kg}$  está suspendida de una cuerda de  $10\text{ m}$  de largo. Se empuja la masa para separarla  $1\text{ m}$  de su posición de reposo y se suelta allí.  
¿Cuál es la fuerza necesaria para mantener la masa en esa posición? ¿Se necesita trabajo para mantenerla allí? ¿Cuál fue el trabajo necesario para ponerla en la posición descrita? ¿Cuál es el trabajo realizado por la tensión de la cuerda?
- 3- La fuerza requerida para llevar un bote a velocidad constante es proporcional a su velocidad. Si se requieren  $7.5\text{ Kw}$  para que el bote se mueva a  $8\text{ km/h}$ , ¿qué potencia será necesaria para que vaya a  $25\text{ km/h}$ ?
- 4- Un corredor tiene una energía cinética que es la mitad de la de un niño cuya masa es la mitad de la del corredor. Este acelera por completo para lograr



una velocidad de  $1 \text{ m/s}$  e igualar la energía cinética del niño. ¿Cuáles eran las velocidades originales del coche y del niño?

5- Una bala de  $30 \text{ g}$  de masa que viaja a  $15 \text{ km/s}$  penetra  $12 \text{ cm}$  de un bloque de madera. ¿Cuál es la fuerza media que la bala ejerció en el bloque?

6- Muestre usando las nociones de trabajo y de energía cinética que la distancia mínima de frenamiento de un carro de masa  $m$  que viene con una velocidad  $v$  en una carretera plana es  $v^2/2\mu g$ , en donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción estática entre las llantas y la carretera.

7- Un cohete que pesa  $50 \text{ Ton}$  logra una velocidad de  $7.5 \text{ km/h}$  en un minuto, a partir de su lanzamiento. ¿Cuál es la energía cinética del cohete en su primer minuto de vuelo? ¿Cuál es la potencia media empleada en ese tiempo, si se desprecian los efectos gravitacionales y friccionales?

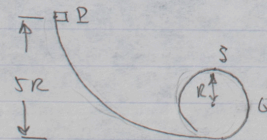
## Cap. VIII

1- Un péndulo simple se pone a oscilar a partir del reposo cuando está en un punto más alto. ¿Cuál es su velocidad cuando pasa por el punto más bajo y cuál es la tensión en el punto de suspensión en ese momento? Si el péndulo inicia su oscilación partiendo del reposo cuando está en la posición horizontal ¿a qué ángulo respecto a la vertical igualará en magnitud la tensión en la suspensión con su peso?

2- Dos vasos cilíndricos iguales que descansan en el piso contienen agua hasta las alturas  $a_1$  y  $a_2$  respectivamente. Si estas alturas se igualan por gravedad, encuentre el trabajo realizado por esta fuerza para igualar las alturas.

3- Se amarra un cuerpo al extremo de un resorte vertical y se le abandona (lentamente) para que quede en la posición de equilibrio del resorte. De esta manera el resorte se alarga  $d$  metros. Si el cuerpo amarrado se hubiera dejado caer libremente, ¿cuál hubiera sido el alargamiento?

4- Un bloque de masa  $m$  se desliza sin fricción en una resbaladilla como la mostrada en la figura.





Si parte del reposo cuando está en P, ¿cuál es la fuerza que actúa cuando está en Q? ¿A qué altura deberá soltarse para que la fuerza sea igual a su peso cuando llegue a S?

5- La fuerza entre dos partículas  $m_1$  y  $m_2$  está dada por:

$$F = k \frac{m_1 m_2}{x^2}$$

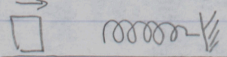
en donde  $k$  es una constante positiva y  $x$  la distancia entre las partículas. Encuentra el potencial correspondiente a esta fuerza y el trabajo requerido para aumentar la separación de las partículas una distancia  $d$ .

6- Muestrame que si un sistema conservativo se sujeta a una fuerza de fricción  $f$ , la energía del sistema se disipa a una velocidad proporcional al producto  $f v$ , esto es,

$$\frac{d}{dt}(T+V) = -fv$$

en donde  $v$  es la velocidad de la partícula,  $T$  su energía cinética y  $V$  el potencial.

7- Un bloque de masa igual a  $1 \text{ kg}$  choca con un resorte sin peso horizontal cuya constante  $k = 2 \text{ Dt/m}$  (Ver figura)



El bloque comprime el resorte  $4 \text{ m}$ . Suponiendo que el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el suelo es  $0.25$ , ¿cuál es la velocidad del bloque en el momento de la colisión?

8- Una cadena descansa sobre una mesa sin fricción de manera que cuelga una quinta parte de ella por uno de sus extremos. Si la cadena tiene una longitud  $l$  y una masa  $m$ , ¿cuánto trabajo es necesario para quitar la cadena de manera que toda quede sobre la mesa?

9- Una partícula se mueve en el intervalo  $0 \leq x \leq 5$  sujeta a la fuerza  $F = -\frac{3}{2}x^2 + 6x - 4$ . Encuentra las posiciones de equilibrio y <sup>de la partícula</sup> indique (con la justificación correspondiente) cuál es estable y cuál inestable.

10- Una escalera eléctrica comunica un piso con otro que está  $8 \text{ m}$  arriba del primero. La escalera tiene una longitud de  $13 \text{ m}$  y se mueve a  $60 \text{ cm/s}$ . ¿Cuál deberá ser la potencia del motor capaz de subir un máximo de  $100$  personas/min, suponiendo que la masa promedio de éstas es de  $70 \text{ kg}$ ?

Un hombre de  $80 \text{ kg}$  sube la escalera en  $10 \text{ s}$ . ¿cuánto trabajo realiza el motor en él? Si el hombre se le suelta a la mitad y baja de manera que anula la acción de la escalera, ¿realiza el motor un trabajo en él? En caso afirmativo, ¿cuál será la potencia que consume el motor? ¿Cuál será la manera de que el hombre caminara en la escalera sin que el motor desarrolle potencia por este efecto?



### Cap IX

- 1- Encuentre el centro de masa de una placa homogénea de forma semicircular de radio  $a$ .
- 2- Considere dos cuerpos cuyas masas son 480 y 520 gm, colgados de una polea cuyo diámetro es 5 cm y que inicialmente están en reposo a la misma altura. Si se desprecia la masa de la polea y la fricción, describa el movimiento del centro de masa del sistema y determine su aceleración.
- 3- Un hombre de 90 Kg parado sobre una superficie sin fricción patear una piedra de 100 gm que estaba a sus pies y le imprime una velocidad de 4 m/s. ¿Cuál será la velocidad que gane el hombre?
- 4- Una ardilla que pesa 3 Kg está parada en un tablón que flota en un río por lo que dicho 7 m de la orilla. Caminando sobre el tablón se acerca 3 m a la orilla y salta hacia tierra. Si el tablón pesa 30 Kg y se supone que se mueve sin fricción en el agua, ¿a qué distancia de la orilla estaba la ardilla en el momento de saltar?
- 5- Un cañón dispara un proyectil a un ángulo de  $45^\circ$  con una velocidad de 500 m/s. En el punto más alto de su trayectoria el proyectil explota y se divide en dos fragmentos de la misma masa. Si un fragmento cae verticalmente ¿a qué distancia del cañón toca tierra el otro fragmento, si se supone que el terreno es plano?

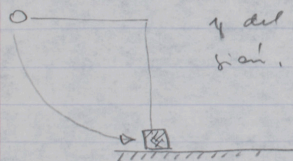
- 6- Un cohete de 6 toneladas se coloca para ser disparado verticalmente. Si la velocidad de escape de los gases (respecto al cohete) es de 1 km/s, ¿cuánto gas por segundo debe escapar para que el cohete pueda levantar su peso? ¿Cuál será la respuesta si se quiere imprimirle una aceleración inicial de  $19.6 \text{ m/s}^2$ ?
- 7- Un "jet" viaja a 200 m/s y sus motores aspiran  $70 \text{ m}^3$  de aire por segundo (considere que la densidad del aire a esa altura es  $1 \text{ kg/m}^3$ ). El aire se usa para quemar 3 Kg de combustible por segundo y quemar energía para comprimir los productos de la combustión y expulsarlos a 500 m/s (respecto al "jet") para impulsar el aeroplano. Calcule el "empuje" de los motores del "jet" y la potencia generada.
- 8- Un carro de ferrocarril que pesa 10 toneladas se mueve a 60 m/s en un terreno plano, sobre rieles sin fricción y bajo la lluvia. Esta cae verticalmente sobre el piso. ¿Cuál será la velocidad del carro cuando la lluvia haya aumentado su peso un 50%? Especifique los hipótesis que hizo para obtener su respuesta.



## Cap X

1- Una bola de masa  $m$  con velocidad  $v$  rebota perpendicularmente en una pared sin cambiar la magnitud de su velocidad. Si el tiempo de la colisión es  $t$ , ¿cuál es la fuerza media que la pared ejerceó en la bola?

2- Una bola que pesa  $0.5 \text{ Kg}$  está amarrada a una cuerda de  $70 \text{ cm}$  y parte del reposo cuando la cuerda está colocada horizontalmente. Al llegar a su parte inferior golpea un bloque que pesa  $3 \text{ Kg}$  y que está en reposo (Ver la figura). Suponiendo que la colisión es elástica, encuentre la velocidad de la bola y del bloque después de la colisión.



3- Un elevador sube con una velocidad de  $2 \text{ m/s}$ . Cuando llega a una altura de  $20 \text{ m}$ , se tira una bola desde la altura del cajón del elevador. La bola rebota elásticamente en el fondo del elevador; ¿a qué altura regresa la bola después del rebote? ¿Cuál sería la respuesta si el elevador se moviera hacia abajo a  $2 \text{ m/s}$  en el momento del choque?

4- Se coloca una caja sobre una pesa y se ajust al cero de esta cuando la caja está vacía. Entonces se echan canicas a la caja desde una altura  $h$  a razón de  $\mu$  por segundo. Si la masa de las canicas es  $m$  y si las

-2-

colisiones de éstas se consideran completamente elásticas determine cuánto marcará la pesa después de  $t$  segundos de echarle canicas. Calcule el valor de su respuesta si  $\mu = 100 \text{ s}^{-1}$ ,  $h = 8 \text{ m}$ ,  $m = 5 \times 10^{-4} \text{ kg}$  y  $t = 10 \text{ s}$ .

5- Considere una hilera rectilínea de  $6$  bolas y suponga que sus posibilidades de rodar son despreciables. c) Suponga que las bolas son idénticas y tienen masa  $M$ . Muestre que si la bola de uno de los extremos choca elásticamente con el resto, su velocidad se transfiere <sup>totalmente</sup> a la del extremo opuesto. Si en vez de una se usaran dos, su velocidad común se para a las dos del extremo opuesto, etc.

b) Suponga ahora que la última bola tiene masa  $m < M$ . Si se imprime una velocidad  $v_0$  a la primera y se hace chocar con la hilera, muestre que si las colisiones son elásticas, es imposible poner en movimiento únicamente a la bola de masa  $m$ . Si se supone que son dos las que se mueven, ¿cuáles serán sus velocidades? c) Suponga ahora que la última bola tiene una masa  $M' > M$  y repita la colisión antes descrita, ¿cuáles serán las velocidades de  $M'$  y de la bola incidente? ¿Qué sucede si  $M' \gg M$ ?

6- Muestre que en una colisión elástica de dos partículas  $m_1$  y  $m_2$ , con esta última inicialmente en reposo, el ángulo máximo de deflexión de  $m_1$  está dado por la fórmula:

$$\cos^2 \theta_m = 1 - \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

por lo cual  $0 \leq \theta_m \leq \pi/2$  si  $m_1 > m_2$ . Si  $m_1 = m_2$  el resultado es  $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$  y  $0 \leq \theta_1 \leq \pi$  si  $m_1 < m_2$ .

7- Dos bolas A y B de masas diferentes chocan. A está en



inicialmente en reposo y B tiene velocidad  $V$ . Después del choque B adquiere la velocidad  $\frac{V}{2}$  y se mueve a ángulo recto de su dirección de incidencia. Encuentra la velocidad final de A y explique su resultado.

- 1- Una rueda se mueve con <sup>una</sup> aceleración angular constante de  $3 \text{ rad/s}^2$ . En los últimos 4 segundos giró 120 rads. Suponiendo que la rueda partió del reposo, ¿cuánto tiempo ha estado en movimiento la rueda hasta el momento?
- 2- La órbita de la Tierra es casi un círculo cuyo centro es el Sol. Suponiendo que esto es exacto, calcule su velocidad angular y su velocidad lineal. Calcule su aceleración centrípeta. Comente brevemente sus aproximaciones.
- 3- Un automóvil viaja a  $90 \text{ km/h}$  y sus ruedas tienen un diámetro de  $60 \text{ cm}$ . ¿Cuál es la velocidad angular de las ruedas respecto a su eje? Si el freno las ruedas dan 30 vueltas antes de detenerse, ¿cuál será su aceleración angular? ¿Qué distancia recorre el automóvil durante el proceso de frenamiento?
- 4- Un cuerpo rígido parte del reposo y gira con un eje fijo con una aceleración angular constante. Encuentra las aceleraciones radial y tangencial de una partícula en el cuerpo en términos de la aceleración angular del cuerpo. Si en un momento dado la aceleración de la partícula forma un ángulo de  $60^\circ$  con su componente tangencial ¿cuál es el ángulo girado por el cuerpo hasta ese momento?



- 1- Muestre que la suma de los momentos de inercia de un cuerpo plano respecto a dos ejes perpendiculares del plano es igual al momento de inercia del cuerpo respecto al eje perpendicular al plano que pase por el punto de intersección de los ejes. Aplique este resultado para calcular el momento de inercia de un disco circular respecto a uno de sus diámetros.
- 2- Muestre que el momento de inercia de una placa rectangular de lados  $a$  y  $b$  respecto al eje perpendicular a la placa que pase por su centro es  $M(a^2 + b^2)/12$ .
- 3- Muestre que para la rotación sobre un eje, un cilindro sólido de masa  $M$  y radio  $R$  es equivalente a un anillo de masa  $M$  y radio  $R/\sqrt{2}$ , si el eje es el de simetría de esos cuerpos. Si se considera que el cuerpo giratorio pudiera concentrarse en un punto sin alterar la rotación, la distancia de éste al eje de giro se llama el radio de giro. Muestre que éste es  $\sqrt{I/M}$ , donde  $I$  es el momento de inercia del cuerpo respecto al mismo eje.
- 4- Suponga que la Tierra es una esfera de densidad uniforme. Calcule su energía cinética rotacional. Suponga también que esta energía podría usarse en nuestro beneficio... ¿Cuánto tiempo suministraría una potencia de 1 Kw a cada uno de los 3,000 millones de habitantes de la Tierra?
- 5- Un yoyo de masa  $M$  tiene un eje de radio  $r$  en el cual se envuelve la cuerda. Se deja caer el yoyo manteniendo fijo un extremo de la cuerda a fin de que al desarrollarse

- se ésta, el juguete gira. El yoyo se acelera en su caída, llega a un lugar y empieza a subir al volver a enrollarse la cuerda, ahora en el sentido opuesto. Encuentre las tensiones de la cuerda durante el descenso y el ascenso suponiendo que  $r$  es lo suficientemente pequeña para considerar que la cuerda es vertical todo el tiempo. Hágale  $I$  al momento de inercia del yoyo respecto a un eje de simetría.
- 6- Se colocan dos bloques, uno de 500 gm y otro de 460 gm, en una máquina de Atwood. La polea de ésta está montada en un eje horizontal en el que gira sin fricción. Los bloques se sueltan del reposo y el más pesado cae 75 cm en 5 segundos. Encuentre el momento de inercia de la polea.
- 7- Una caja de Zn de alto y 1 x 0.8 m de base que pesa 150 Kg se coloca <sup>verticalmente</sup> en una camioneta. Encuentre la aceleración mínima que habrá que la caja se caiga.
- 8- Muestre que un cilindro en un plano inclinado a un ángulo  $\theta$ , rodará si el coeficiente de fricción estática entre ellos es mayor que  $1/3 \tan \theta$ .
- 9- Una esfera pequeña rueda sin resbalar en el interior de un hemisferio cuyo eje es vertical. La esfera parte del reposo y de la parte superior. ¿Cuál será su energía cinética cuando llega al fondo? ¿Qué fricción será rotacional y cuál translacional? ¿Qué fuerza normal ejerce la esfera sobre el hemisferio en el fondo? Hágale  $r$  al radio de la esfera,  $R$  al del hemisferio y  $m$  a la masa de la esfera.



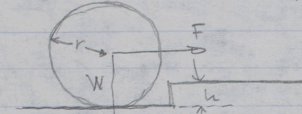
- 10- Una cuerda está enrollada en un cilindro de masa  $M$  y radio  $R$ . Se suelta el cilindro y se deja la cuerda verticalmente de manera que el centro de masa del cilindro permanezca fijo mientras se desenrolla la cuerda. ¿Cuál es la tensión en la cuerda? ¿Cuanto trabajo habrá que dar al cilindro para que éste adquiera la velocidad  $\omega$ ? ¿Qué longitud tendrá la cuerda desenrollada en ese momento?
- 11- Una bola de boliche se lanza de manera que rola con velocidad  $v_0$ . Muestre que la bola empezará a rodar sin rolar cuando su velocidad disminuya a  $\frac{1}{2}v_0$ . La transición entre el deslizamiento puro y el rodamiento sin rolar es gradual así que habrá que considerar ambos movimientos durante ese tiempo. Recuerde que la última etapa de movimiento se inicia cuando el punto inferior de la esfera logra la velocidad nula.

- 1- Muestre que el impulso angular respecto a un punto cualquiera de una partícula que se mueve con <sup>el</sup> movimiento natural permanece constante.
- 2- Una rueda gira con velocidad angular constante de 500 rpm en un eje cuyo momento de inercia es despreciable. En un momento dado se acopla al eje otra rueda de las mismas características que la primera que estaba en reposo. ¿Cuál será la velocidad angular del sistema resultante?
- 3- La Luna gira al rededor de la Tierra de manera que sólo nos muestre una cara. ¿Qué tanto será necesario cambiar su impulso angular para que pudiéramos ver todo su superficie en el transcurso de un mes?
- 4- Considere un carrusel de 1.5 m de radio que pesa 175 Kg y cuyo radio de giro es de 1 m. Un niño que pesa 40 Kg corre para igualar la velocidad de la parte exterior del carrusel que es de  $3 \text{ m/s}$  y cuando lo logra salta sobre él. Encuentre la velocidad angular final del niño despreciando la fricción.
- 5- Un hemisferio de radio  $a$  rota sobre un eje, que es vertical, con velocidad  $\omega$ . Si se coloca una canica de masa  $m$  en el hemisferio, ésta llegará a situarse en un punto que dista  $d$  del eje. Encuentre  $d$  como una función de  $\omega$ .
- 6- Un disco cuya densidad es homogénea, su masa es  $M$  y su radio  $R$  gira sobre un eje horizontal con velocidad



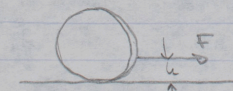
- ángulo  $\omega_0$ . ¿Cuál es su energía cinética y cuál su impulso angular? El disco se rompe y un pedecito de masa  $m$  sale disparado verticalmente del punto del que se desprendió. ¿Que altura alcanzará el pedecito? ¿Cuál será la velocidad angular del disco después de perder el pedecito? Y ¿un impulso angular y un empuje?
- 7- En una pista circular horizontal y sin fricción de radio  $R$ , se colocan dos masas  $m$  y  $M$  que comprimen un resorte. Si los pedecitos se liberan y el resorte se estira y queda libre, ellos salen disparados en direcciones opuestas para volverse después a encontrarse. Encuentre el lugar donde los pedecitos chocan en términos del ángulo que una de ellos recorre después de su liberación. Si llamamos  $U_0$  a la energía potencial almacenada por el resorte, ¿que tiempo transcurra entre la liberación y la colisión? Suponga que la colisión es elástica y encuentre donde volverán a chocar los pedecitos después de la primera colisión. Considere que la pista es una circunferencia.
- 8- Una varilla recta de  $5\text{ Kg}$  de masa y  $1.20\text{ m}$  de longitud se encuentra en reposo sobre una mesa sin fricción. Se golpea repentinamente con una fuerza de mano que un impulso es de  $1\text{ N-s}$  en un punto que dista  $50\text{ cm}$  de su centro. Describa el movimiento de la varilla después del golpe.

- 1- Encuentre la fuerza  $F$  que habrá que aplicar al eje de una rueda de radio  $r$  para levantarla a un piso de nivel  $h$ . Sea  $W$  el peso de la rueda.



- 2- Una regla de un metro se balancea sobre una cuchilla colocada en su mitad (marca de  $50\text{ cm}$ ). Se remueve después para balancearla cuando se han colocado dos monedas (encimadas) en la marca de  $12\text{ cm}$ . Se encuentra que la regla queda balanceada poniendo la cuchilla en la marca de  $45.5\text{ cm}$ . Si cada moneda pesa  $5\text{ g}$ , calcule la masa de la regla.

- 3- Una bola esférica homogénea de radio  $r$  y peso  $W$  se desliza sobre el piso bajo la acción de una fuerza horizontal constante  $F$  aplicada mediante una cuerda como lo muestra la figura. Si el coeficiente de fricción entre la esfera y el piso es  $\mu$ , encuentre que le altura  $h$  a la que habrá que aplicar la fuerza es:

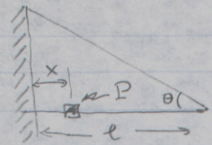


$$h = r(1 - \mu W/F)$$

- 4- Una varilla de peso despreciable se coloca horizontalmente uniéndola a una pared, por un extremo, y sujetándola con una cuerda por el otro extremo como lo muestra la figura. Si coloca un peso  $P$  en la varilla, al cual puede moverse libremente a lo largo de ella. Si  $x$  es



-2-

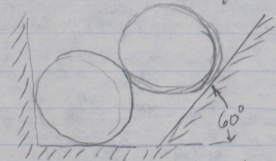


la distancia de P a la pared, encuentre la función T a la que está sujetada la cuerda como una función de X.

Encuentre las componentes de la fuerza que actúa en el extremo de la varilla que está pegado a la pared.

- 5- Un cuerpo está suspendido en el centro de un cubo mediante tres cuerdas, dos sujetas en los vértices superiores del cubo y la tercera sujeta del punto medio de la arista opuesta a los vértices antes mencionados. La fuerza que cada cuerda ejerce sobre los vértices tiene magnitud igual a 1 N. ¿Cuál es la masa del cuerpo? ¿Cuál será su aceleración inicial si se rompiere la tercera cuerda?

- 6- Dos bolas esféricas <sup>iguales</sup> que pesan 50 Kg cada una están acomodadas en un lugar como el mostrado en la figura.



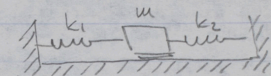
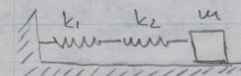
Suponga que no hay fricción en las paredes y que la posición resultante del acomodo hace que la línea que une los centros de las esferas forme un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Encuentre las reacciones resultantes en los cuatro puntos de contacto.

- 7- Un hemisfero de radio r descansa sobre una superficie horizontal. Muestre que el hemisfero siempre tomará la posición de equilibrio estable.

C.8V

- 1- Un bloque se mueve en forma armónica simple sobre una superficie horizontal con una frecuencia de 2 Hz. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y el plano es 0.5 ¿Cuál es la mayor amplitud que puede darse al bloque para que permanezca en reposo sobre la superficie?

- 2- Dos resortes de constantes  $k_1$  y  $k_2$  se conectan a un bloque de masa m como lo muestran las figuras.



Suponiendo que no hay fricción muestre que las frecuencias de oscilación del bloque son

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2) m}} \quad \text{y} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}},$$

respectivamente.

- 3- Un automóvil puede considerarse como un cuerpo montado sobre un resorte para propósitos de oscilaciones verticales. Suponga que éstos tienen una frecuencia de 3 Hz. ¿Cuál será la constante del resorte si el peso del automóvil es de 1.5 Tons? ¿Cuál será la frecuencia de vibración de éste si lleve 5 personas cuyo peso promedio es de 80 Kg?

- 4- Muestre que la energía potencial media del movimiento armónico simple es igual a la energía cinética media cuando el promedio se toma sobre un período y es distinta cuando se promedia sobre un ciclo. Explique



en términos físicos porque hay diferencia entre los dos casos.

5- ¿Cuál es la frecuencia de un péndulo simple de  $2\pi$  de longitud? Suponiendo que se mueve con oscilaciones pequeñas, ¿cuál sería su frecuencia si estuviera suspendido de un elevador que sube con una aceleración de  $2\pi/g$ ? ¿Cuál sería su frecuencia si el elevador sufriera una caída libre?

6- Una tábula de longitud  $L$  oscila sobre un cilindro horizontal de radio  $a$ . Si la oscilación es perpendicular al eje del cilindro y su amplitud es pequeña, muestre que es armónica simple y calcule el período del movimiento.

7- Se monta una varilla de longitud  $l$  en un eje horizontal de manera que pueda girar libremente en un plano vertical. Muestre que si la distancia  $d$  entre el eje y el centro de masa es  $d = \frac{l}{\sqrt{2}}$ , el período es mínimo.

8- Considere un cuerpo de masa  $m$  suspendido de un resorte de masa  $M$  y constante  $k$ . Muestre que el período de oscilación del sistema es

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{k} \left( m + \frac{M}{3} \right)}$$

## C. XVI

1- Un cuerpo cuelga de un resorte suspendido en un barco que navega sobre el ecuador con velocidad  $v$ . Muestre que el peso del cuerpo se modificará por un factor  $1 \pm 2v\omega/g$  en el que  $\omega$  es la velocidad angular de la Tierra. Explique cómo determinar si el signo del segundo sumando es más o menos.

2- Se dispara horizontalmente una bala a una altura de 200 km sobre el nivel del mar. ¿Cuál deberá ser su velocidad para que entre en una órbita circular? (El radio de la Tierra es de 6400 km) ¿Cuál será el período de rotación de la bala?

3- Se dispara una bala verticalmente con una velocidad inicial de 10 km/s. Si se desprecia la resistencia de la atmósfera, ¿cuál será la altura máxima que alcanza la bala?

4- El radio de Marte es de 3,400 km y su masa un décimo de la terrestre. ¿cuál es la relación entre los densidades de estos planetas? ¿cuál es el valor de  $g$  en Marte? ¿cuál es la velocidad de escape en Marte?

5- Si la Tierra perdiera la mitad de su momento angular pero mantuviera su energía total de movimiento al rededor del Sol, ¿cuánto se acercaría a este astro? ¿cuál sería su período de translación? (Suponga que la órbita de la Tierra es circular)

6- ¿Cuál es el cambio porcentual en la aceleración de la Tierra durante un eclipse total de Sol respecto al



momento en el que le june está en el lado diametralmente opuesto?

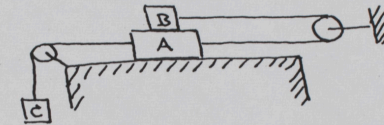
7- Una masa de 200 g está colocada a 12 cm de otra de 800 g. Encuentra el potencial y la fuerza gravitacional sobre una masa unitaria en un punto situado en la línea que une las masas a 4 cm de la de 200 g. Calcule el trabajo para mover la masa unitaria hasta el punto situado en la línea que une las masas y que dista 4 cm de la de 800 g.

# PRIMER EXAMEN PARCIAL

1. Una locomotora de masa igual a  $M$  jala un tren de 10 vagones de masa  $m$  cada uno. Si la fuerza que impulsa a la locomotora es  $F$ , determine las fuerzas que soportan cada uno de los enganches de los vagones.

2. Una bala de 10 gm de masa sale del cañón de un rifle con una velocidad de 400 m/s. La longitud del cañón es de 60 cm. Determine la fuerza (suponiéndola constante) que impulsa la bala y el tiempo que ésta tarda en salir del cañón.

3. Considere el arreglo mostrado en la figura. Si los bloques son del mismo material que la mesa y la masa de  $A$  es 8 Kg, la de  $B$  4 Kg y  $C$  debe pesar 50 newtons para que  $A$  empiece a deslizarse, determine el coeficiente de fricción entre los bloques.



4. Una partícula de masa  $m$  es atraída hacia dos puntos fijos por fuerzas que son proporcionales a las distancias de la partícula a cada punto de atracción. Si las constantes de proporcionalidad de estas fuerzas son iguales a  $k$ , pruebe que la fuerza que actúa sobre la partícula es  $F = -2kr$ , en donde  $r$  es el vector de posición de la partícula respecto al punto medio de los puntos atractores.

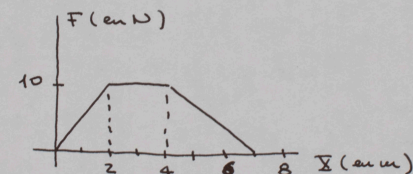
5. Describa, MUY BREVEMENTE, algún tema que le parezca interesante de lo visto en esta parte del curso.



## SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

1. Considere una partícula de masa  $m$  que incide sobre otra de masa  $M$  que está en reposo. Si la colisión de estas partículas es elástica, encuentre la relación entre las masas que haga máxima la transferencia de energía de la partícula  $m$  a la  $M$ .
2. Si un péndulo inicia su oscilación cuando está en reposo en la posición horizontal, encuentre la tensión del hilo cuando el péndulo llega a la posición vertical. (Llame  $m$  a la masa del péndulo)
3. Considere un sistema de tres partículas de masas iguales colocadas en los vértices de un triángulo rectángulo isósceles. Calcule el centro de masa de este sistema mediante el siguiente procedimiento:
  - i) Considere una cuarta partícula de la misma masa que las anteriores colocada de manera que se complete un cuadrado.
  - ii) Estudie la relación entre los centros de masas del sistema triangular y el cuadrangular.
  - iii) De esta relación calcule el centro de masa del sistema triangular aprovechando que el cálculo del centro de masa del sistema cuadrangular es trivial.  
¿Se puede generalizar este procedimiento para calcular el centro de masa de un cuerpo esférico que en su interior tiene un agujero esférico cuyo centro no coincide con el del cuerpo? En caso afirmativo indique cómo lo haría y en caso negativo diga por qué.

4. Una partícula de masa igual a  $1 \text{ Kg}$  se mueve en el eje  $X$  y está sujeta a una fuerza derivable del potencial  $V=6X^2-3X^3$  ( $X$  está medido en metros y  $V$  en joules). Encuentre los puntos de equilibrio de la partícula y calcule la energía potencial que la partícula tendría en ellos. Si se perturba ligeramente a la partícula para que abandone el punto de equilibrio inestable y se mueva hacia el origen, calcule la velocidad con la que llegará a este punto.
5. Una partícula de masa igual a  $2 \text{ Kg}$  parte del reposo y se mueve en el eje  $X$  debido a que sobre ella actúa una fuerza cuyas características están dadas en la figura.



Suponiendo que la partícula se mueve sin fricción, encuentre su velocidad final.



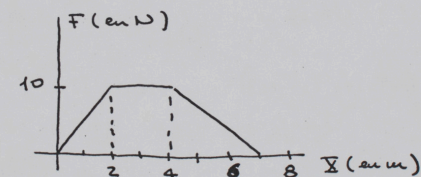
## SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

1. Considere una partícula de masa  $m$  que incide sobre otra de masa  $M$  que está en reposo. Si la colisión de estas partículas es elástica, encuentre la relación entre las masas que haga máxima la transferencia de energía de la partícula  $m$  a la  $M$ .
2. Si un péndulo inicia su oscilación cuando está en reposo en la posición horizontal, encuentre la tensión del hilo cuando el péndulo llega a la posición vertical. (Llame  $m$  a la masa del péndulo)
3. Considere un sistema de tres partículas de masas iguales colocadas en los vértices de un triángulo rectángulo isósceles. Calcule el centro de masa de este sistema mediante el siguiente procedimiento:
  - i) Considere una cuarta partícula de la misma masa que las anteriores colocada de manera que se complete un cuadrado.
  - ii) Estudie la relación entre los centros de masas del sistema triangular y el cuadrangular.
  - iii) De esta relación calcule el centro de masa del sistema triangular aprovechando que el cálculo del centro de masa del sistema cuadrangular es trivial.

¿Se puede generalizar este procedimiento para calcular el centro de masa de un cuerpo esférico que en su interior tiene un agujero esférico cuyo centro no coincide con el del cuerpo? En caso afirmativo indique cómo lo haría y en caso negativo diga por qué.

4. Una partícula de masa igual a 1 Kg se mueve en el eje  $X$  y está sujeta a una fuerza derivable del potencial  $V=6X^2-3X^3$  ( $X$  está medido en metros y  $V$  en joules). Encuentre los puntos de equilibrio de la partícula y calcule la energía potencial que la partícula tendría en ellos. Si se perturba ligeramente a la partícula para que abandone el punto de equilibrio inestable y se mueva hacia el origen, calcule la velocidad con la que llegará a este punto.

5. Una partícula de masa igual a 2 Kg parte del reposo y se mueve en el eje  $X$  debido a que sobre ella actúa una fuerza cuyas características están dadas en la figura.



Suponiendo que la partícula se mueve sin fricción, encuentre su velocidad final.



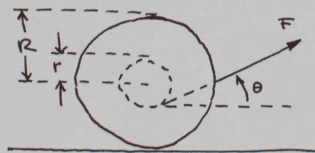
### TERCER EXAMEN PARCIAL

1. Una partícula de masa  $m$  dotada de una velocidad  $v_0$  choca con una mancuerna formada por dos partículas de masa  $m$  cada una, separadas una distancia  $d$ . Inicialmente la mancuerna está en reposo y la partícula incidente se mueve perpendicularmente a la mancuerna en la dirección de una de las partículas de ésta. La colisión es totalmente inelástica por lo que finalmente sólo queda una mancuerna compuesta con masas distintas. Describa el movimiento final de la mancuerna.

2. Un beisbolista pega un "hit" golpeando la pelota con el bat en el punto situado a los  $2/3$  de su longitud. Suponga que el bat es una varilla homogénea de longitud  $l$  y masa  $m$  y que la pelota es la que golpea al bat cuando éste está en reposo. Si se define el "impulso de la fuerza" como el producto  $F\Delta t$  (fuerza por el tiempo que ésta actúa), calcule el impulso de la fuerza que siente el bateador.

3. Un disco de radio  $a$  y masa  $m$  rueda si resbalar sobre una línea recta acelerado por una fuerza  $F$ , paralela a la línea, aplicada en su centro. Muestre que la ecuación que describe su movimiento es la de una partícula de masa  $M = (1 + R^2/a^2)m$ , en la que  $R$  es el radio de giro del disco, que se mueve en la misma línea. Calcule la energía cinética de la partícula y verifique ésta da el mismo resultado encontrado cuando se considera el disco que gira sin resbalar.

4. Se coloca un yoyo sobre el piso con la cuerda enredada y se le jala con una fuerza  $F$  como lo muestra la figura. Es fácil conven- cerse que si  $\theta$  es pequeña el ja- lón hará que el yoyo ruede sin res- balar en el mismo sentido en el que se le jala, mientras que si  $\theta$  se aproxima a la vertical el yoyo roda- rá sin resbalar en sentido contrario. Encuentre el valor del ángulo de transición entre estos dos casos (esto es, cuando el yoyo resbala).



5. Describa, MUY BREVEMENTE, algún tema que le parezca interesante de lo visto en esta parte del curso y diga por qué le parece intere- sante.

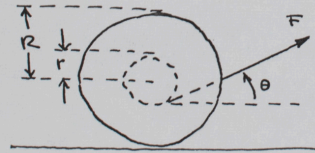
### TERCER EXAMEN PARCIAL

1. Una partícula de masa  $m$  dotada de una velocidad  $v_0$  choca con una mancuerna formada por dos partículas de masa  $m$  cada una, separa- das una distancia  $d$ . Inicialmente la mancuerna está en reposo y la partícula incidente se mueve perpendicularmente a la mancuerna en la dirección de una de las partículas de ésta. La colisión es totalmente inelástica por lo que finalmente sólo queda una mancuerna compuesta con masas distintas. Describa el movimiento final de la mancuerna.

2. Un beisbolista pega un "hit" golpeando la pelota con el bat en el punto situado a los  $2/3$  de su longitud. Suponga que el bat es una varilla homogénea de longitud  $l$  y masa  $m$  y que la pelota es la que golpea al bat cuando éste está en reposo. Si se define el "impulso de la fuerza" como el producto  $F\Delta t$  (fuerza por el tiempo que ésta actúa), calcule el impulso de la fuerza que siente el bateador.

3. Un disco de radio  $a$  y masa  $m$  rueda si resbalar sobre una línea recta acelerado por una fuerza  $F$ , paralela a la línea, aplicada en su centro. Muestre que la ecuación que describe su movimiento es la de una partícula de masa  $M = (1 + R^2/a^2)m$ , en la que  $R$  es el radio de giro del disco, que se mueve en la misma línea. Calcule la energía ciné- tica de la partícula y verifique ésta da el mismo resultado encontra- do cuando se considera el disco que gira sin resbalar.

4. Se coloca un yoyo sobre el piso con la cuerda enredada y se le jala con una fuerza  $F$  como lo muestra la figura. Es fácil conven- cerse que si  $\theta$  es pequeña el ja- lón hará que el yoyo ruede sin res- balar en el mismo sentido en el que se le jala, mientras que si  $\theta$  se aproxima a la vertical el yoyo roda- rá sin resbalar en sentido contrario. Encuentre el valor del ángulo de transición entre estos dos casos (esto es, cuando el yoyo resbala).



5. Describa, MUY BREVEMENTE, algún tema que le parezca interesante de lo visto en esta parte del curso y diga por qué le parece intere- sante.



## FÍSICA CLÁSICA I. (1985)

### TEMARIO

La descripción del movimiento

Las causas del movimiento

El impulso y la energía

El movimiento rotacional

La mecánica celeste

Oscilaciones y ondas

El movimiento de los fluidos

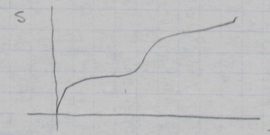
## LA DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO

### 1- El movimiento lineal (rectilíneo).

Empezaremos considerando de los cuerpos sólo su posición, por lo que los representaremos por partículas.

Las partículas viven en un escenario dado por la geometría (el espacio euclidiano de dimensión 3). Inicialmente lo consideraremos único (absoluto). Por lo tanto el movimiento se ve respecto a éste y es lo opuesto al reposo. El movimiento se describe por curvas en el escenario (trayectorias, órbitas, etc). Para precisarlo necesitamos definir la posición y el tiempo. Operativamente necesitamos de reglas y relojes.

Consideraremos en esta sección sólo el movimiento que se ve respecto a una trayectoria recta (movimiento lineal). Las partículas van de un punto a otro del escenario siguiendo líneas rectas. El tiempo que emplean en recorrerlo es muy variable y puede etiquetarse la trayectoria con intervalos iguales de tiempo. Se espera poder establecer una relación entre las distancias y el tiempo y se define la función:  $S: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , tradicionalmente denotada como  $S=S(t)$ . En general se estudia en gráfica:



La propiedad más importante del movimiento es su velocidad. Se define:

$$\text{velocidad media} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\gamma \quad \text{velocidad (instantánea)}: \quad v = \frac{ds}{dt}$$

De esta manera se asocia un número a cada punto de la trayectoria. Este corresponde a la pendiente de la tangente de la gráfica de  $S$ . Se puede definir la función velocidad:  $V: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y estudiar en gráfica.



La aceleración es la velocidad de la velocidad, es lo es:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

y se puede decir de este lo mismo que se dijo de la velocidad.

Se pueden construir mas "velocidades" (por ejemplo la sobrea aceleración  $b = \frac{da}{dt}$ ) pero ya no son útiles como se verá mas adelante.

Dos casos particulares son muy importantes:

a) El movimiento rectilíneo y uniforme, definido por

$$v = v_0 = \text{cte}$$

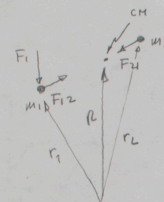
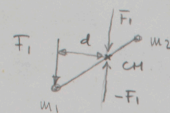
En este caso  $s = v_0 t$  y  $a = 0$ . (Se recorren distancias iguales en tiempos iguales)

b) El movimiento uniformemente acelerado. Este se define por

$$a = a_0 = \text{cte}$$

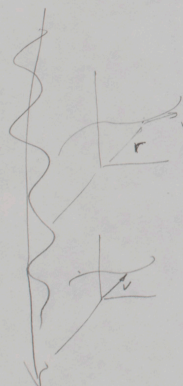
En este caso:  $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$ . Es el caso de la caída libre en la superficie de la Tierra, en cuyo caso la aceleración es g.

2- El movimiento en un plano



$$r'_2 = r_2 - R$$

$$r'_1 = r_1 - R$$



$$r_1 = r'_1 + R, \quad r_2 = r'_2 + R$$

$$N = r'_1 \wedge F_1 + r'_2 \wedge F_2$$

$$F_i = \frac{dP}{dt} \quad \text{mov. translacional del C.M.}$$

$$F_i d = \frac{dL}{dt} \quad \text{rotación alrededor del C.M.}$$

$$F_1 + F_2 = \frac{d}{dt}(m_1 v_1)$$

$$F_2 = \frac{d}{dt}(m_2 v_2)$$

$$F_i = \frac{d}{dt}(m_1 v_1 + m_2 v_2) = \frac{dP}{dt}$$

$$r_1 \wedge F_1 + r_2 \wedge F_2 = \frac{d}{dt}(m_1 r_1 \wedge v_1)$$

$$r_2 \wedge F_2 = \frac{d}{dt}(m_2 r_2 \wedge v_2)$$

$$r_1 \wedge F_1 + (r_1 - r_2) \wedge F_2 = \frac{d}{dt}(m_1 r_1 \wedge v_1 + m_2 r_2 \wedge v_2)$$

$$\therefore r_1 \wedge F_1 = \frac{d}{dt}(m_1 r_1 \wedge v_1 + m_2 r_2 \wedge v_2)$$

$$r'_1 \wedge F_1 + R \wedge F_1 = \frac{d}{dt}(m_1 r'_1 \wedge v_1 + m_2 r'_2 \wedge v_2) + \frac{d}{dt}(R \wedge P)$$

$$N + R \wedge F_1 = \frac{dL}{dt} + R \wedge \frac{dP}{dt}$$

$$\therefore \begin{cases} F_i = \frac{dP}{dt} \\ N = \frac{dL}{dt} \end{cases}$$

center of mass moving.

