



Acerca de la fundamentación de la Mecánica clásica

Luis Estrada

Entre lo más notable que observamos en nuestro mundo está el movimiento de los cuerpos. Para caracterizar a éste acostumbramos decir que algo se mueve cuando no está quieto, lo cual, a primera vista, parece claro. Sin embargo hemos aprendido que una buena descripción del movimiento requiere de una observación cuidadosa de él, así como de la verificación de las conclusiones a que lleguemos partiendo de tal observación. De esta manera ahora sabemos que para describir bien al movimiento no hay que partir del reposo sino del que se realiza en forma rectilínea y uniforme, esto es, del llamado movimiento natural. Sabemos también que la causa de que los movimientos observados no son los naturales es que hay fuerzas que actúan sobre los cuerpos que se mueven. La teoría del movimiento de los cuerpos es la Mecánica y lo que sigue es una breve revisión de los fundamentos de su versión clásica, esto es, de la teoría derivada de las ideas de Isaac Newton.

El conocimiento empírico del movimiento de los cuerpos conduce a tres grandes conclusiones: la primera es reconocer que para que los cuerpos se muevan es necesario que haya lugar para hacerlo, la segunda es que en todo movimiento hay inercia y la última es que el movimiento es un fenómeno relativo. Por lo que se refiere a la consideración de los cuerpos que se mueven lo más importante es fijar su posición, concepto típicamente relativo, así como tomar en cuenta la influencia de sus características materiales en la realización de su movimiento. Este último punto da lugar a la asignación de una masa a cada cuerpo que consideremos. Otro elemento necesario para especificar el movimiento de un cuerpo es su velocidad, concepto que también es relativo.

Para construir la Mecánica es necesario, como en toda teoría científica, definir un ámbito y establecer las reglas de interpretación y los axiomas. En la teoría que nos ocupa los elementos básicos del ámbito son el espacio y el tiempo, lo esencial de la interpretación es la identificación de los cuerpos materiales con los puntos del espacio (definición de partícula) y los axiomas fundamentales, las Leyes de Newton. Detallemos y precisemos estos asuntos.

La primera suposición acerca del espacio en el que se desarrolla el movimiento (el espacio físico) es que éste es un espacio euclidiano de dimensión tres. Así las partículas son puntos del espacio euclidiano y sus trayectorias curvas del mismo espacio. El tiempo es la recta numérica y constituye el parámetro propio en la caracterización de las trayectorias del movimiento. Este ámbito permite el uso irrestricto del cálculo diferencial, en términos del cual se define la velocidad de la partícula.

Los axiomas fundamentales de la Mecánica son la Primera y la Segunda leyes de Newton y su formulación precisa requiere de algunas aclaraciones. La versión original de la Primera ley afirma que *Todo cuerpo permanece en su estado de reposo, o de movimiento rectilíneo y uniforme, a menos que una fuerza lo obligue a cambiar ese estado de movimiento*. A continuación Newton añade lo siguiente: *Los proyectiles conservan su movimiento a menos que los frene el aire o caigan por efecto de la gravedad. Un trompo, cuyas partes se mantienen equidistantes gracias a su cohesión, no deja de rotar a menos que lo frene el aire. Los planetas y los cometas, gracias a que se mueven en un espacio amplio y libre de resistencias, conservan sus movimientos circulares por muchísimo tiempo.*

En lo citado Newton insiste mucho en la inercia del movimiento y señala a las fuerzas como la causas que modifican tal inercia. Por lo tanto, para describir el movimiento de una partícula, es necesario definir una cantidad que lo describa de manera que este movimiento manifieste su inercia en ausencia de fuerzas y que tome en cuenta las características de la partícula cuando una fuerza cambie su estado de movimiento. Como el movimiento natural se caracteriza porque su velocidad es constante, la cantidad buscada debe ser una función de la velocidad. Por otra parte sabemos que el cambio de la inercia depende de la composición material de los cuerpos pues se requiere, por ejemplo, de mayor fuerza para detener a un cuerpo pesado que a uno ligero. Así la experiencia muestra que la cantidad adecuada a la descripción de la inercia del movimiento es el momento lineal definido como

$$p = mv,$$

en donde v es la velocidad y m la masa de la partícula, siendo ésta un parámetro que caracteriza la naturaleza material de la partícula como una propiedad derivada de su movimiento.

De acuerdo con lo dicho la versión actual de la Primera Ley puede establecerse como sigue: *El estado de movimiento de una partícula se describe por una función lineal de la velocidad, la cual es constante en ausencia de fuerzas*. En el caso de una partícula la función lineal a que se refiere esta ley es el momento lineal, $p = mv$, y de su conocimiento se puede deducir la trayectoria de la partícula, ya que sabemos que $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{m} p$.

La Segunda Ley establece, en su versión original, que *La alteración del movimiento es proporcional a la fuerza que actúa en el cuerpo y se realiza en la dirección de tal fuerza*. Newton añade en seguida: *Si una fuerza cualquiera genera un movimiento, una doble generará el doble del movimiento, una triple el triple, ya sea que tal fuerza se aplique completa e inmediatamente o gradual y sucesivamente. Y este movimiento (siendo siempre en la dirección de la fuerza que lo genera), si el cuerpo ya se movía, se añade o se sustrae al existente, según que le favorezca o se oponga a él, o se añade de manera oblicua, si es oblicuo al que había, para producir un nuevo movimiento compuesto, resultante de ambos.*

El enunciado anterior de la Segunda Ley define cómo las fuerzas alteran el movimiento

natural, insistiendo en la proporcionalidad del cambio del estado de movimiento con la magnitud y con la dirección de la fuerza que actúa sobre el cuerpo en movimiento. Por lo tanto puede tomarse ahora como enunciado de la Segunda Ley el siguiente: *El cambio en el estado de movimiento de un cuerpo es proporcional a la fuerza que causa tal cambio.* Así, en el caso de una partícula, la determinación del estado de movimiento está dada por la ecuación $\frac{dp}{dt} = F$, en la que F es la fuerza que actúa sobre la partícula.

No sobra recordar aquí que la Mecánica clásica estudia el movimiento de los cuerpos sujetos a fuerzas cuya naturaleza se explica por causas ajenas al movimiento. En otras palabras, en la Mecánica las fuerzas son datos provenientes de otras teorías físicas como la Teoría Electromagnética, la de la elasticidad, la Gravitacional, etc. Sin embargo también hay que recordar que la estructura formal de la Mecánica permite establecer normas generales que toda fuerza debe satisfacer para producir los movimientos concordantes con el conocimiento ganado con la Mecánica. Así podemos afirmar, por ejemplo, que en un sistema conservativo las fuerzas que en él actúan no pueden depender del tiempo.

Cabe también mencionar aquí que, de acuerdo con las leyes de Newton, es natural definir la energía cinética en la forma usual, ya que de esas leyes se establece la relación:

$$\frac{dK}{dt} = F \cdot v,$$

en la que $K (= \frac{1}{2} m v^2$ en el caso de una partícula) es dicha energía cinética. Como es bien sabido, ésta es la expresión general de la conservación de la energía.

El esbozo de la fundamentación de la Mecánica clásica que acabo de presentar corresponde a la visión elemental de esa teoría. La experiencia ganada con ella y la necesidad de potenciarla para la solución de un mayor número de problemas ha conducido a varias generalizaciones y en lo que sigue delinearé una que no se aparta mucho de lo dicho.

Supondremos ahora que el espacio en el que se desarrolla el movimiento es un espacio Riemanniano (espacio de configuración) cuya métrica está dada por la forma

$$ds^2 = \frac{1}{2} \sum_{ij} m_{ij} dx^i dx^j.$$

Esta forma permite construir el espacio de "las p 's" y definir la energía cinética K . Las "Leyes de Newton" serán ahora:

- 1- El espacio del movimiento es el espacio (x, p) (definición del espacio fásico).
- 2- La causa del movimiento es el sistema dinámico (definición: $\frac{\partial K}{\partial p}, F$).